



1) Entiers naturels

a) Les nombres $0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots$ sont appelés **entiers naturels**.

Il en existe une infinité.

! Il n'existe pas de nombre entier qui soit plus grand que tous les autres \rightarrow notion d'**infini**.

L'ensemble de tous les entiers naturels est noté **N**.

On a donc : $\mathbb{N} = \{ 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$

b) Symbole d'appartenance : **∈**

. exemple : l'écriture « $19 \in \mathbb{N}$ » signifie que 19 appartient à l'ensemble \mathbb{N} .

. Autres exemples : $40 \in \mathbb{N} ; 9 \in \mathbb{N} ; 10^4 \in \mathbb{N}$
 $-6 \notin \mathbb{N} ; 10^{-4} \notin \mathbb{N} ; \frac{4}{3} \notin \mathbb{N} ; \sqrt{5} \notin \mathbb{N}$

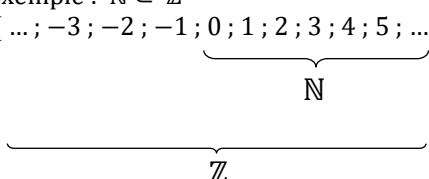
2) Entiers relatifs

a) L'ensemble des entiers relatifs, noté **Z**, contient tous les entiers naturels, ainsi que leurs opposés.

Ainsi : $\mathbb{Z} = \{ \dots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$

b) Symbole d'inclusion : **⊂**

. Explication : « $A \subset B$ » se lit « l'ensemble A est **inclus** dans l'ensemble B » et signifie que tous les éléments de l'ensemble A appartiennent à l'ensemble B.

. Exemple : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z}$
 $\{ \dots ; -3 ; -2 ; -1 ; 0 ; 1 ; 2 ; 3 ; 4 ; 5 ; \dots \}$


! Ne pas confondre les symboles \in et \subset ni leurs significations respectives.

! Si l'on dit qu'un nombre est un « entier » cela signifie que c'est un entier relatif.

3) Multiples, diviseurs d'un nombre

- Définitions

Soit deux entiers relatifs a et b .

S'il existe un entier k tel que $a = k \times b$, alors on peut dire que :

- . a est un **multiple** de b
- . a est **divisible par** b
- . b est un **diviseur** de a (ou « b **divise** a »)

- Propriété

Soit trois entiers relatifs a, a' et b .

Si a et a' sont deux multiples de b , alors $a + a'$ est un multiple de b .

4) Nombres pairs, nombres impairs

- Définitions
 - . Un nombre **pair** est un entier qui est divisible par 2.
 - . Un nombre **impair** est un entier qui n'est pas divisible par 2.
- Propriété
 - . Un entier est **pair** si et seulement s'il peut s'écrire sous la forme $2k$ (où $k \in \mathbb{Z}$).
 - . Un entier est **impair** si et seulement s'il peut s'écrire sous la forme $2k + 1$ (où $k \in \mathbb{Z}$).

5) Critères de divisibilité

Soit n un nombre entier écrit sous forme décimale.

- . n est divisible par 2 si et seulement si son chiffre des unités est 0, 2, 4, 6 ou 8.
- . n est divisible par 3 si et seulement si la somme de ses chiffres est divisible par 3.
- . n est divisible par 4 si et seulement si le nombre formé de ses deux derniers chiffres est divisible par 4.
- . n est divisible par 5 si et seulement si son chiffre des unités est 5.
- . n est divisible par 6 si et seulement s'il est à la fois divisible par 2 et par 3.
- . n est divisible par 10 si et seulement si son chiffre des unités est 0 ou 5.

6) Nombres premiers dans \mathbb{N}

- Définitions

Un **nombre premier** est un entier qui a exactement deux diviseurs : 1 et lui-même.
- Exemples
 - . 0 n'est pas un nombre premier car il n'est pas divisible par lui-même (rappel : on ne peut pas diviser par 0)
 - . 1 n'est pas un nombre premier car il n'a qu'un seul diviseur (lui-même).
 - . Les premiers nombres premiers sont : 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43, 47, ...
 - . 8 n'est pas un nombre premier car il a plus que deux diviseurs (il en a exactement quatre : 1, 2, 4 et 8).

7) Décomposition en produit de facteurs premiers

- Propriété :

Tout entier supérieur ou égal à 2 se décompose en produit de facteurs premiers

Rq : cette décomposition est unique
- exemple :
 - . $12 = 2^2 \times 3$
 - . $300 = 2^2 \times 3 \times 5^2$

8) Fraction irréductible

- Définitions

Une fraction est **irréductible** si et seulement si son numérateur et son dénominateur n'ont pas d'autres diviseurs commun que 1.
- Méthode pour rendre une fraction irréductible

On décompose le numérateur et le dénominateur en produits de facteurs premiers, puis on simplifie.
- Exemples :

$$\cdot \frac{12}{300} = \frac{2^2 \times 3}{2^2 \times 3 \times 5^2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$$

$$\cdot \frac{2772}{594} = \frac{2^2 \times 3^2 \times 7 \times 11}{2 \times 3^2 \times 11} = \frac{2 \times 7}{3} = \frac{14}{3}$$