ÉNONCÉS

Ex. 37 $a=21n+4$ et $b=16n+3$ avec $n\in\mathbb{N}$.

a) Conjecturer le $\text{PGCD}(a,b)$ à l'aide d'un tableur.
b) Démontrer la conjecture.

Ex. 38 Léa affirme : « deux nombres entiers consécutifs non nuls sont premiers entre eux »
Que penser de cette affirmation ?

CORRIGÉ

Exercice 37

a) Avec un tableur, on obtient :

n	a = 21n+4	b = 16n+3	PGCD(a ; b)
1	25	19	1
2	46	35	1
3	67	51	1
4	88	67	1
5	109	83	1
6	130	99	1
7	151	115	1
8	172	131	1
9	193	147	1
10	214	163	1
11	235	179	1
12	256	195	1
13	277	211	1
14	298	227	1
15	319	243	1
16	340	259	1
17	361	275	1
18	382	291	1
19	403	307	1
20	424	323	1

Il semble pour tout entier naturel n, $\text{PGCD}(a,b)=1$.

b) Soit d le PGCD de a et b.
$d=\text{PGCD}(a,b)$
$d=\text{PGCD}(21n+4,16n+3)$

d divise $21n+4$ et $16n+3$, donc d divise toute combinaison linéaire de $21n+4$ et $16n+3$, en particulier : $16(21n+4)-21(16n+3)$ c'est-à-dire : 1.

Donc $\boxed{d=1}$.

Exercice 38

Déterminons $d=\text{PGCD}(n,n+1)$ avec $n\in\mathbb{Z}$.

d divise n et $n+1$,
donc d divise toute combinaison linéaire de n et $n+1$, en particulier : $-n+(n+1)$
c'est-à-dire : 1.

Donc $d=1$.

C'est-à-dire : $\text{PGCD}(n,n+1)=1$

Donc n et $n+1$ sont premiers entre eux.

Léa a raison !